

Station 1: Produktregel

Aufgabe 1. (einfache Ableitungen) Leiten Sie die folgenden Funktionen einmal ab! Kontrollieren Sie Ihre Ergebnisse mit dem CAS.

$$(a) f(x) = x^2 \cdot (x^3 - 2x + 3)$$

$$(d) f(x) = (x^2 - 3) \cdot \ln x$$

$$(b) f(x) = \frac{1}{x} \cdot (x^2 - 4x + 9)$$

$$(e) f(x) = \sin x \cdot \cos x$$

$$(c) f(x) = \sqrt{x} \cdot (e^x - \sin x)$$

$$(f) f(x) = (x - 3)^2$$

Aufgabe 2. (mittelschwere Ableitungen) Leiten Sie die folgenden Funktionen einmal ab! Kontrollieren Sie Ihre Ergebnisse mit dem CAS.

$$(a) g(x) = a^x \cdot b^x$$

$$(d) s(t) = \cos t - \ln x^2 \cdot t^2 - t \cdot e^t$$

$$(b) h(x) = (\sin x - e^x) \cdot (3x^3 - x^2 + 1)$$

$$(e) t(x) = \sqrt{x} \cdot x^2 - x \cdot \cos x$$

$$(c) f(x) = x^2 \cdot e^x - x \cdot \sin x$$

$$(f) f(x) = \frac{e^x + 1}{x}$$

Aufgabe 3. (schwierige Ableitungen)

(a) Leiten Sie die folgenden Funktionen einmal ab! Kontrollieren Sie Ihre Ergebnisse mit dem CAS.

$$(i) f(x) = x^2 \cdot e^x \cdot \sin x$$

$$(iii) h(x) = \frac{(2x - 1) \cdot 2\sqrt{x}}{3x}$$

$$(ii) g(x) = \frac{\sqrt{x}}{x^3}$$

$$(iv) t(x) = (x^2 + 1)^2 \cdot (3x - 1)$$

(b) Welche Funktion könnte hier abgeleitet worden sein?

$$(i) f'(x) = 2x \sin x + x^2 \cos x$$

$$(ii) g'(x) = 12x^2 \cdot \cos x - 4x^3 \cdot \sin x$$

Station 2: Kettenregel

Aufgabe 1. (einfache Ableitungen) Leiten Sie die folgenden Funktionen einmal ab! Kontrollieren Sie Ihre Ergebnisse mit dem CAS.

(a) $f(x) = \sin(3x^2 + 2)$

(d) $f(x) = \ln(2 - x^2)$

(b) $f(x) = e^{x^2-1}$

(e) $f(x) = (x^2 - x)^5$

(c) $f(x) = \sqrt{x^3 - 2x}$

(f) $f(x) = e^{\cos x}$

Aufgabe 2. (mittelschwere Ableitungen) Leiten Sie die folgenden Funktionen einmal ab! Kontrollieren Sie Ihre Ergebnisse mit dem CAS.

(a) $g(x) = a^{x^2}$

(d) $s(t) = 3 \sin(t - 2t^3) - \sqrt{4 - t^2}$

(b) $h(x) = \frac{3}{x^2 - 2x}$

(e) $t(a) = \frac{1}{4 - 3a}$

(c) $f(x) = \cos(3e^x - x)$

(f) $f(x) = (x^2 - 3)^3 - \sin(e^x + 2)$

Aufgabe 3. (schwierige Ableitungen)

(a) Leiten Sie die folgenden Funktionen einmal ab! Kontrollieren Sie Ihre Ergebnisse mit dem CAS.

(i) $f(x) = \sin(e^{x^2})$

(iii) $h(x) = -\frac{1}{\sqrt{3x-1}}$

(ii) $g(x) = \frac{2}{(x+1)^3}$

(iv) $t(x) = e^{\sin(t^2-1)}$

(b) Welche Funktion könnte hier abgeleitet worden sein?

(i) $f'(x) = 4x \cdot e^{2x^2+2}$

(ii) $g'(x) = 2 \cdot \sin x \cdot \cos x$

Station 3: Quotientenregel

Funktionen der Form $f(x) = \frac{u(x)}{v(x)}$ können mittels Produkt- und Kettenregel abgeleitet werden:

$$\begin{aligned}
 f(x) &= u(x) \cdot (v(x))^{-1} \\
 f'(x) &= u'(x) \cdot (v(x))^{-1} + u(x) \cdot (-1) \cdot (v(x))^{-2} \cdot v'(x) \\
 &= \frac{u'(x)}{v(x)} - \frac{u(x) \cdot v'(x)}{(v(x))^2} \\
 &= \frac{u'(x) \cdot v(x)}{(v(x))^2} - \frac{u(x) \cdot v'(x)}{(v(x))^2} \\
 &= \frac{u'(x) \cdot v(x) - u(x) \cdot v'(x)}{(v(x))^2}
 \end{aligned}$$

Die letzte Zeile wird auch als **Quotientenregel** bezeichnet.

Aufgabe 1. Leiten Sie die folgenden Funktionen mittels Quotientenregel einmal ab! Kontrollieren Sie Ihre Ergebnisse mit dem CAS.

(a) $f(x) = \frac{1}{x^2 - 1}$

(e) $f(x) = \frac{e^x}{x + 1}$

(b) $f(x) = \frac{x}{x - 1}$

(f) $f(x) = \frac{x^2 + 1}{x^2 - 1}$

(c) $f(x) = \frac{x^2}{x^3 + 1}$

(g) $f(t) = \frac{x \cdot \sin t}{t^2}$

(d) $f(x) = \frac{\sin x}{e^x}$

(h) $g(x) = \frac{x}{(x + 1)^2}$

Station 4: Vermischte Ableitungen

Aufgabe 1. (einfache Ableitungen) Leiten Sie die folgenden Funktionen einmal ab! Kontrollieren Sie Ihre Ergebnisse mit dem CAS.

(a) $f(x) = x^3 \cdot e^x$

(b) $f(x) = x^2 + \sin(2x + 1)$

(c) $f(x) = \sqrt{e^x}$

(d) $f(x) = x^2 \cdot e^{2x}$

(e) $f(x) = (\sin x + 1) \cdot \ln x$

(f) $f(x) = e^{\sin x}$

Aufgabe 2. (mittelschwere bis schwere Ableitungen) Leiten Sie die folgenden Funktionen einmal ab! Kontrollieren Sie Ihre Ergebnisse mit dem CAS.

(a) $g(x) = a^{\sin x}$

(b) $h(x) = \frac{3}{e^x}$

(c) $f(x) = \cos(3e^x - x)$

(d) $s(t) = t^2 \cdot \sqrt{e^x + t^2 - 1}$

(e) $t(a) = (a^2 + 3a - 1) \cdot (2 - 3a + 2a^2)$

(f) $f(x) = \ln(x^2 + 3 - e^{2x})$

(g) $g(b) = b^x - x^b$

(h) $f(x) = (2 - x^2) \cdot e^{(x^2+1)}$