

- allgemeinbildendes Gymnasium
- Abendgymnasium und Kolleg
- schulfremde Prüfungsteilnehmer

**Schriftliche Abiturprüfung
Grundkursfach Mathematik**

- E R S T T E R M I N -

Material für den Prüfungsteilnehmer

Teil A

Allgemeine Arbeitshinweise

Tragen Sie auf den Seiten 2 und 3 des Materials für den Prüfungsteilnehmer Teil A Ihre Schulchiffre und Ihre Kennzahl ein.

Ihre Arbeitszeit einschließlich der Zeit für das Lesen der Aufgabentexte für den Prüfungsteil A beträgt **60 Minuten**.

Im Teil A sind 15 Bewertungseinheiten (BE) erreichbar.

Zugelassene Hilfsmittel:

- Zeichengeräte
- Wörterbuch der deutschen Rechtschreibung
- zweisprachiges Wörterbuch für Prüfungsteilnehmer mit Migrationshintergrund, deren Herkunftssprache nicht Deutsch ist
(Deutsch-Herkunftssprache/Herkunftssprache-Deutsch)

Handelt es sich bei den Hilfsmitteln um Wörterbücher, sind jeweils nichtelektronische und elektronische Wörterbücher zugelassen, sofern sie geschlossene Systeme ohne Möglichkeit der Speichererweiterung sind. Internetfähige Hilfsmittel sind ausgeschlossen.

Prüfungsinhalt

Tragen Sie die Antworten zur Aufgabe 1 auf den vorliegenden Aufgabenblättern ein und verwenden Sie für die Antworten zu den Aufgaben 2 bis 4 das bereitliegende Papier für die Reinschrift.

1 In den Aufgaben 1.1 bis 1.5 ist von den jeweils fünf Auswahlmöglichkeiten genau eine Antwort richtig. Kreuzen Sie das jeweilige Feld an.

1.1 Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = 2 \cdot x \cdot (x+4)^2$ ($x \in \mathbb{R}$).

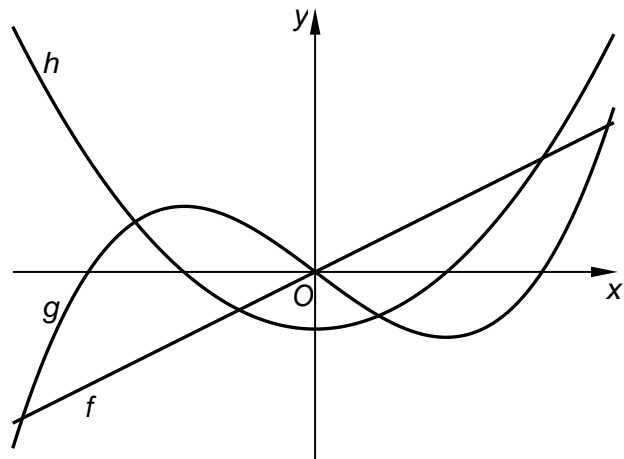
Welche Nullstellen besitzt f ?

- | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| $x_1 = -4$ | $x_1 = -2$ | $x_1 = -4$ | $x_1 = -4$ | $x_1 = 0$ |
| $x_2 = -2$ | $x_2 = 0$ | $x_2 = 4$ | $x_2 = 0$ | $x_2 = 4$ |
| $x_3 = 4$ | $x_3 = 2$ | | | |

1.2 Die Abbildung zeigt die Graphen der Funktionen f , g und h .

Welche Aussage ist wahr?

- f ist eine Stammfunktion von g .
- f ist eine Stammfunktion von h .
- g ist eine Stammfunktion von f .
- g ist eine Stammfunktion von h .
- h ist eine Stammfunktion von g .



1.3 Welcher Punkt liegt in der Ebene E mit $E: -4 \cdot x + 2 \cdot y - 2 \cdot z = 8$?

- | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| $P_1(-1 -1 -1)$ | $P_2(-1 1 -1)$ | $P_3(-1 1 1)$ | $P_4(1 -1 -1)$ | $P_5(1 1 1)$ |

1.4 Für welchen Wert von a verläuft der Vektor $\begin{pmatrix} -2 \\ a \\ 1 \end{pmatrix}$ senkrecht zum Vektor $\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 4 \end{pmatrix}$?

- | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| $a = -1$ | $a = 0$ | $a = 0,5$ | $a = 1$ | $a = 2$ |

- 1.5 In einem Gefäß befinden sich Kugeln, 12 davon sind rot. Der Anteil der roten Kugeln an der Gesamtanzahl der Kugeln in dem Gefäß beträgt 60 %.

Wie groß ist die Gesamtanzahl der Kugeln in dem Gefäß?

8

18

20

30

40

Für Aufgabe 1 erreichbare BE-Anzahl: 05

- 2 Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = x^3 - 6 \cdot x^2 + 11 \cdot x - 6$ ($x \in \mathbb{R}$). Der Graph der Funktion f besitzt genau einen Wendepunkt.

Bestimmen Sie eine Gleichung der Tangente an den Graphen von f im Wendepunkt.

Erreichbare BE-Anzahl: 04

- 3 Für jedes $m \in \mathbb{R}$ ist eine Gerade g mit $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 11 \\ m \\ 10 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix}$ ($r \in \mathbb{R}$) gegeben.

Für jedes $n \in \mathbb{R}$ ist eine Gerade h mit $h: \vec{x} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} n \\ -3 \\ 3 \end{pmatrix}$ ($s \in \mathbb{R}$) gegeben.

Bestimmen Sie m und n so, dass g und h identisch sind.

Erreichbare BE-Anzahl: 03

- 4 Ein idealer Würfel mit den Augenzahlen 1 bis 6 wird zweimal geworfen. Die Zufallsgröße X beschreibt, wie oft dabei die Augenzahl 1 auftritt.

Berechnen Sie den Erwartungswert der Zufallsgröße X .

Erreichbare BE-Anzahl: 03

LEERSEITE

- allgemeinbildendes Gymnasium
- Abendgymnasium und Kolleg
- schulfremde Prüfungsteilnehmer

Schriftliche Abiturprüfung Grundkursfach Mathematik

- E R S T T E R M I N -

Material für den Prüfungsteilnehmer

Teil B

Allgemeine Arbeitshinweise

Ihre Arbeitszeit einschließlich der Zeit für das Lesen der Aufgabentexte für den Prüfungsteil B beträgt **180 Minuten**.

Im Teil B sind 45 Bewertungseinheiten (BE) erreichbar.

Zugelassene Hilfsmittel:

- entsprechend den getroffenen Festlegungen der Schule entweder grafikfähiger, programmierbarer Taschenrechner mit beziehungsweise ohne Computer-Algebra-System oder ein Computer-Algebra-System auf der Grundlage einer anderen geschlossenen Plattform
- Tabellen- und Formelsammlung
- Zeichengeräte
- Wörterbuch der deutschen Rechtschreibung
- zweisprachiges Wörterbuch für Prüfungsteilnehmer mit Migrationshintergrund, deren Herkunftssprache nicht Deutsch ist
(Deutsch-Herkunftssprache/Herkunftssprache-Deutsch)

Handelt es sich bei den Hilfsmitteln um Wörterbücher, sind jeweils nichtelektronische und elektronische Wörterbücher zugelassen, sofern sie geschlossene Systeme ohne Möglichkeit der Speichererweiterung sind. Internetfähige Hilfsmittel sind ausgeschlossen.

Prüfungsinhalt

Aufgabe B 1

Braunkohle wird im Tagebau abgebaut.

Die Profillinie eines Tagebauabschnittes kann in einem kartesischen Koordinatensystem (1 Längeneinheit entspricht 1 Meter) modellhaft dargestellt werden (siehe Abbildung 1).

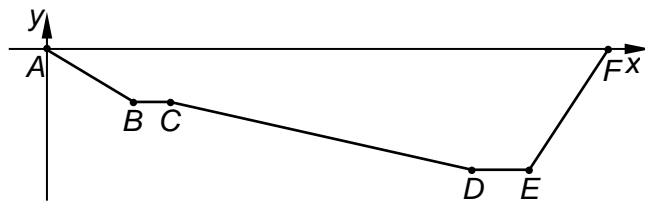


Abbildung 1 (nicht maßstäblich)

Im Modell besteht diese Profillinie aus den Strecken \overline{AB} , \overline{BC} , \overline{CD} , \overline{DE} und \overline{EF} .

Die Punkte A und D besitzen die Koordinaten $A(0,0|0,0)$ bzw. $D(225,0|-63,0)$.

Die Strecke \overline{AB} wird durch den Graphen der Funktion g mit $g(x) = -\frac{3}{5} \cdot x$ ($x \in \mathbb{R}; 0,0 \leq x \leq 45,0$) beschrieben. Die Strecke \overline{BC} verläuft parallel zur x -Achse. Die jeweilige Tiefe des Tagebauabschnittes entspricht dem Abstand des jeweiligen Punktes der Profillinie zur x -Achse.

1.1 Der Punkt B besitzt die Koordinaten $B(45,0|g(45,0))$.

Weisen Sie nach, dass im Punkt B die Tiefe des Tagebauabschnittes 27,0 m beträgt.

Zeigen Sie, dass der Punkt D auf dem Graphen der Funktion h mit

$$h(x) = -\frac{9}{40} \cdot x - \frac{99}{8} \quad (x \in \mathbb{R}) \text{ liegt.}$$

Der Punkt C liegt ebenfalls auf dem Graphen von h .

Ermitteln Sie die Koordinaten von C.

Erreichbare BE-Anzahl: 05

Ein Tagebau wurde nach seiner Schließung rekultiviert, wobei das Gelände des Tagebaus ausgeglichen wurde.

Jede Ebene, welche einen 5 000,0 m langen Geländeabschnitt dieses rekultivierten Tagebaus senkrecht zu seinem Verlauf schneidet, erzeugt die gleiche Profillinie des Geländes. Diese Profillinie kann in einem kartesischen Koordinatensystem (1 Längeneinheit entspricht 1 Meter) modellhaft durch den Graphen der Funktion f mit $f(x) = 5,30 \cdot 10^{-7} \cdot x^4 - 3,06 \cdot 10^{-4} \cdot x^3 + 5,51 \cdot 10^{-2} \cdot x^2 - 3,29 \cdot x$ ($x \in \mathbb{R}; 0,0 \leq x \leq 299,3$) dargestellt werden (siehe Abbildung 2).

Die jeweilige Tiefe des Geländes entspricht dem Abstand des jeweiligen Punktes des Graphen von f zur x -Achse.

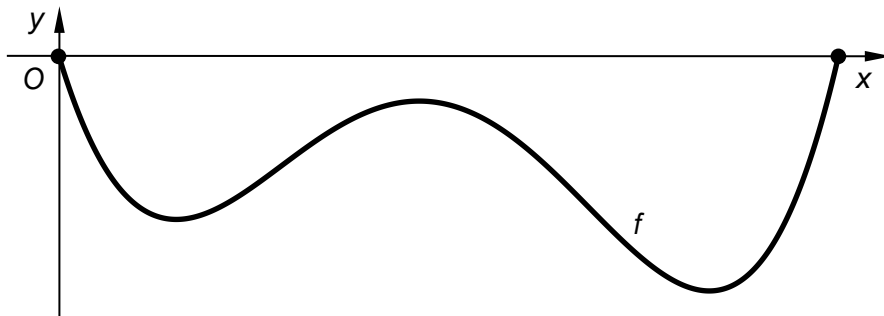


Abbildung 2 (nicht maßstäblich)

Fortsetzung auf Seite 7

Fortsetzung Aufgabe B 1

1.2 Zeigen Sie, dass die maximale Tiefe dieses Geländes 89,7 m beträgt.

Erreichbare BE-Anzahl: 02

1.3 Ein Raupenfahrzeug kann Steigungen bis zu 75 % bewältigen. Es soll entlang der Profillinie dieses Geländes vom Punkt $R(44,9 | f(44,9))$ zum Punkt $S(138,3 | f(138,3))$ fahren.

Untersuchen Sie, ob das Raupenfahrzeug jede Steigung auf dieser Fahrt bewältigen kann.

Erreichbare BE-Anzahl: 03

Der Geländeabschnitt wurde zur Schaffung eines Biotops geflutet.

1.4 Bei der Flutung nahm das Wasservolumen in diesem 5 000,0 m langen Geländeabschnitt durchschnittlich um 42 m^3 pro Minute zu. Zu Beginn der Flutung befand sich kein Wasser im Geländeabschnitt. Bei vollständiger Flutung verläuft die Profillinie der Wasseroberfläche im Modell entlang der x-Achse.

Ermitteln Sie die Anzahl der Tage bis zur vollständigen Flutung.

Erreichbare BE-Anzahl: 06

1.5 Ein Tauchroboter untersucht nach der Flutung den Boden des Geländeabschnittes. Zu Beginn des Tauchgangs befindet sich der Tauchroboter an einem Ort, welcher im Modell die Koordinaten $T(60,0 | -10,0)$ besitzt. Der Tauchroboter soll auf kürzestem Weg zur Profillinie des Geländes gesteuert werden.

Bestimmen Sie die Länge dieses kürzesten Weges.

Erreichbare BE-Anzahl: 03

1.6 Zur Schaffung eines Fischbestandes in diesem Biotop wurden ausschließlich Karpfen, Barben und Schleien ausgesetzt. Das Umweltamt untersucht die Entwicklung des Fischbestandes. Zu diesem Zweck wurden 100 Fische zufällig gefangen und wieder ausgesetzt. Unter den 100 Fischen befanden sich 48 Karpfen und 36 Barben. Das Umweltamt schließt von dieser Zufallsstichprobe auf die Grundgesamtheit.

Begründen Sie, dass aufgrund dieser Schlussfolgerung die Wahrscheinlichkeit, eine Schleie zu fangen, 16 % beträgt.

Es werden drei Fische aus diesem Biotop zufällig gefangen.

Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass sich unter den drei gefangenen Fischen ein Karpfen, eine Barbe und eine Schleie befinden.

Erreichbare BE-Anzahl: 04

Aufgabe B 2

Vor einer Hauswand befindet sich ein rechteckiges Reklameschild, welches durch einen Scheinwerfer beleuchtet wird. Der Scheinwerfer lässt sich in einem kartesischen Koordinatensystem (1 Längeneinheit entspricht 1 Meter) modellhaft durch den Punkt $L(12|-4|3)$ beschreiben. Die Eckpunkte des Reklameschildes werden durch die Punkte $A(4|0|3)$, $B(6|4|3)$, $C(6|4|5)$ und $D(4|0|5)$ dargestellt. Die x - y -Ebene beschreibt den horizontalen Untergrund, auf dem das Haus steht. Die y - z -Ebene beschreibt die Ebene, in der die Hauswand liegt.

2.1 Stellen Sie den Punkt L und das Rechteck $ABCD$ in einem kartesischen Koordinatensystem dar.

Erreichbare BE-Anzahl: 03

Auf der Hauswand ist der Schatten des Reklameschildes sichtbar. Der Punkt $A'(0|2|3)$ stellt den zu A gehörenden Eckpunkt des Schattens dar, die Punkte $C'(0|12|7)$ und $D'(0|2|6)$ die zu C bzw. D gehörenden Eckpunkte des Schattens.

2.2 Weisen Sie nach, dass der vierte Eckpunkt des Schattens durch $B'(0|12|3)$ dargestellt wird.

Erreichbare BE-Anzahl: 03

2.3 Zeigen Sie, dass das Viereck $A'B'C'D'$ ein Trapez ist.
Berechnen Sie den Flächeninhalt dieses Vierecks.

Erreichbare BE-Anzahl: 05

2.4 Der Scheinwerfer kann entlang einer senkrecht zum horizontalen Untergrund verlaufenden Stange in der Höhe verschoben und modellhaft durch den Punkt $L_h(12|-4|h)$ mit $h \in \mathbb{R}$ und $h > 0$ beschrieben werden.

Betrachtet werden nur diejenigen Werte von h , für die der Schatten des Reklameschildes vollständig auf der Hauswand liegt.

Für jede der beiden Seiten des Schattens, die durch die linke und rechte Kante des Reklameschildes erzeugt werden, gilt folgende Aussage:

„Die Länge der Seite bleibt bei Verschiebung des Scheinwerfers unverändert.“

Weisen Sie die Gültigkeit dieser Aussage für eine der beiden betrachteten Seiten des Schattens rechnerisch nach.

Erreichbare BE-Anzahl: 04

Fortsetzung auf Seite 9

Fortsetzung Aufgabe B 2

Erfahrungsgemäß nehmen 38 % aller Passanten dieses Reklameschild wahr. Von den Passanten, die dieses Reklameschild wahrnehmen, sind 40 % männlich.

2.5 Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein Passant dieses Reklameschild wahrnimmt und weiblich ist.

Erreichbare BE-Anzahl: 02

2.6 Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass von 250 Passanten weniger als 100 Passanten dieses Reklameschild wahrnehmen.

Erreichbare BE-Anzahl: 02

2.7 Aufgrund einer besseren Verkehrsanbindung wird vermutet, dass der Anteil der Passanten, die dieses Reklameschild wahrnehmen, gestiegen ist.

In einem Test mit 120 zufällig ausgewählten Passanten soll die Nullhypothese „Der Anteil der Passanten, die dieses Reklameschild wahrnehmen, beträgt höchstens 38 %.“ auf einem Signifikanzniveau von 5 % getestet werden.

Bestimmen Sie die zugehörige Entscheidungsregel.

Erreichbare BE-Anzahl: 03

LEERSEITE