

4. Fehler beim Testen von Hypothesen

FEHLER 1. ART: H_0 ist wahr, wird aber verworfen $\rightarrow \alpha = P(\text{Fehler 1. Art}) = P(\text{Ablehnungsbereich}) \rightarrow$ Wahrscheinlichkeit ist gleich der Irrtumswahrscheinlichkeit

FEHLER 2. ART: H_0 ist falsch, wird aber nicht verworfen

Bsp.: 2. Mendel'sches Gesetz: 75 % der 2. Generation besitzen dominante Merkmalsausprägung

- Stichprobe mit 100 Nachkommen
- Signifikanzniveau $\alpha = 5\%$

\rightarrow zweiseitiger Test mit Annahmeintervall $[k_u; k_o]$ und $P(X < k_u) \leq 2,5\%$ bzw. $P(X > k_o) \leq 2,5\%$

\rightarrow Annahmeintervall $[66; 83]$

\rightarrow Irrtumswahrscheinlichkeit: $P(X \leq 65) + P(X \geq 84) = 0,0375$

\rightarrow Wahrscheinlichkeit für den Fehler 1. Art $\alpha = 0,0375$

Angenommen die wahre Erfolgswahrscheinlichkeit des für die Stichprobe liegt bei $p_1 = 0,7$, dann können wir die Wahrscheinlichkeit β für den Fehler 2. Art berechnen mit der zugrunde liegenden Binomialverteilung $\mathcal{B}_{100,0,7}$:

$$\beta = P(66 \leq X \leq 83) = 0,836 \text{ (CAS: binomialCDF(66,83,100,0.7))}$$

\rightarrow je näher die tatsächliche Whk. an p_0 liegt, desto größer ist β

Merke:

- **Vergrößert** man den **Annahmebereich** von H_0 zur Verminderung der Wahrscheinlichkeit α des Fehlers 1. Art, so **erhöht** man die Wahrscheinlichkeit β des **Fehlers 2. Art**.
- **Verkleinert** man den **Annahmebereich** von H_0 , um β zu verkleinern, so **vergrößert** sich α des **Fehlers 1. Art**.
- Erhöht man den Stichprobenumfang bei gleichem Signifikanzniveau, so kann man β verkleinern:

Bsp.: $n = 200 \rightarrow$ Annahmebereich ist $[138; 162]$ und $\alpha = 0,041 \rightarrow$ falls $p_1 = 0,7$, dann gilt $\beta = 0,653$

Aufgaben:

- S. 486 / 1
- S. 487 / 4, 6