

3.5. Dreieckskonstruktionen – Kongruenzsätze

1. Phase Stammgruppe (10 Minuten) Nach der Auslosung der Stammgruppen bestimmt ihr eine Schülerin bzw. einen Schüler für jedes der drei Teilthemen. Sie werden die Experten für dieses Thema.

Expertengruppe (55 Minuten) Bearbeitet die untenstehenden Aufgaben in den Expertengruppen.

2. Phase Stammgruppe (25 + 15 Minuten) Kehrt wieder in eure Stammgruppe zurück. Jeder Experte informiert nun die restlichen Gruppenmitglieder über sein Teilthema und steht für Rückfragen zur Verfügung. Außerdem schlägt dieser vor, was ihr euch in euren Merkteil notiert. Natürlich dürfen die anderen dies noch verbessern. Am Ende sollte jeder alle Teilthema verstanden und sich die wichtigsten Informationen im Hefter notiert haben.

3. Phase Stammgruppe (45 Minuten) Lest im Schulbuch die Informationen zu den Kongruenzsätzen **sws**, **wsw** und **Ssw** durch und vergleicht diese mit euren Mitschriften. Bearbeitet anschließend die Übungsaufgaben in der Stammgruppe. Vergleicht die Ergebnisse mit den anderen Stammgruppen im Anschluss.

B Der Kongruenzsatz sws

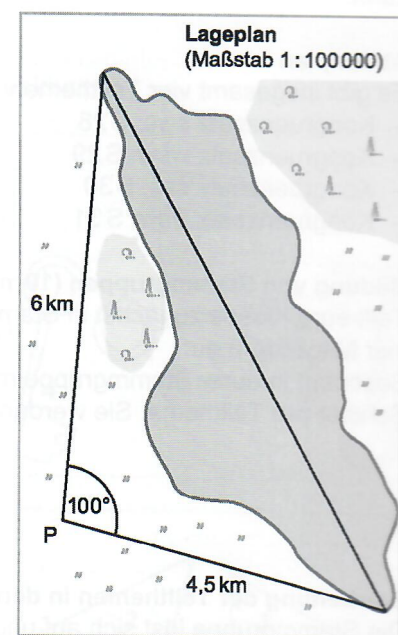
Problemstellung Welche und wie viele Stücke (Seitenlängen und Innenwinkel) eines Dreiecks ABC müssen mindestens bekannt sein, damit dieses eindeutig konstruiert werden kann?

Erarbeitung Die Länge eines Sees kann nicht direkt gemessen werden. Daher wird von Vermessungsingenieuren ein Punkt im Gelände gewählt und dessen Entfernung zu den äußeren Punkten des Sees ermittelt. Durch Konstruktion eines passenden Dreiecks im Maßstab 1:100000 (siehe Abbildung) soll dann die Länge des Sees bestimmt werden.

Aufgabe 1. Folgende Dreiecke ABC stimmen mit den zwei Messwerten der Ingenieure (Maßstab 1:100000) überein.

- | | |
|--|--|
| (a) $b_1 = 6 \text{ cm}, c_1 = 4,5 \text{ cm}, \alpha_1 = 100^\circ$ | (c) $\alpha_3 = 6^\circ, b_3 = 4,5 \text{ cm}, \gamma_3 = 100^\circ$ |
| (b) $b_2 = 6 \text{ cm}, c_2 = 4,5 \text{ cm}, \beta_2 = 100^\circ$ | (d) $b_4 = 6 \text{ cm}, c_4 = 4,5 \text{ cm}, \alpha_4 = 60^\circ$ |

Konstruiert diese Dreiecke und markiert die gegebenen Stücke rot. Tipp: Achtet auf die richtige mathematische Bezeichnung. Eine Planfigur hilft dir dabei. Welche der Dreiecke sind kongruent zueinander? Welche sind es nicht? Woran liegt das?



Aufgabe 2. Welche zusätzliche Messung müssen die Ingenieure also machen, damit sich die Länge des Sees eindeutig bestimmen lässt?

Worin müssen zwei Dreiecke übereinstimmen, damit sie kongruent sind? Formuliert einen passenden Merksatz. Nennt ihn **Kongruenzsatz sws**.

Wie kann man dieses Dreieck dann konstruieren? Notiert euch eine passende Konstruktionsbeschreibung.

Aufgabe 3. Entscheidet unter Anwendung eures Merksatzes ohne Konstruktion, ob die beiden Dreiecke ABC und A'B'C' kongruent sind.

- | |
|--|
| (a) $a = 3 \text{ cm}, b = 6 \text{ cm}, \gamma = 20^\circ$ und $b' = 3 \text{ cm}, c' = 6 \text{ cm}, \alpha' = 20^\circ$ |
| (b) $a = 2 \text{ cm}, b = 4 \text{ cm}, \gamma = 60^\circ$ und $a' = 3 \text{ cm}, c' = 6 \text{ cm}, \alpha' = 60^\circ$ |
| (c) $a = 1 \text{ cm}, b = 3 \text{ cm}, \gamma = 40^\circ$ und $b' = 1 \text{ cm}, c' = 3 \text{ cm}, \alpha' = 30^\circ$ |